कुल पृष्ठ संख्या- 32 (कोरे पृष्ठ सहित)

क्रम संख्या.... 3314219

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा

(परीक्षार्थी द्वारा स्वयं भरा जाना चाहिये)

Candidate's Roll No. In English

(In Figures)

(In Words)----------

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में ----------

नोट :– परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम – हिन्दी ✓ अंग्रेजी

विषय ..... गणित .....

परीक्षा का दिन ..... शुक्रवार .....

दिनांक 17 मार्च, 2017

नोट :– परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :– (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्राप्तांक भरना अनिवार्य हैं, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जायेगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायीं ओर निर्धारित कॉलम में लाल इंक से अंक प्रदत्त करें।

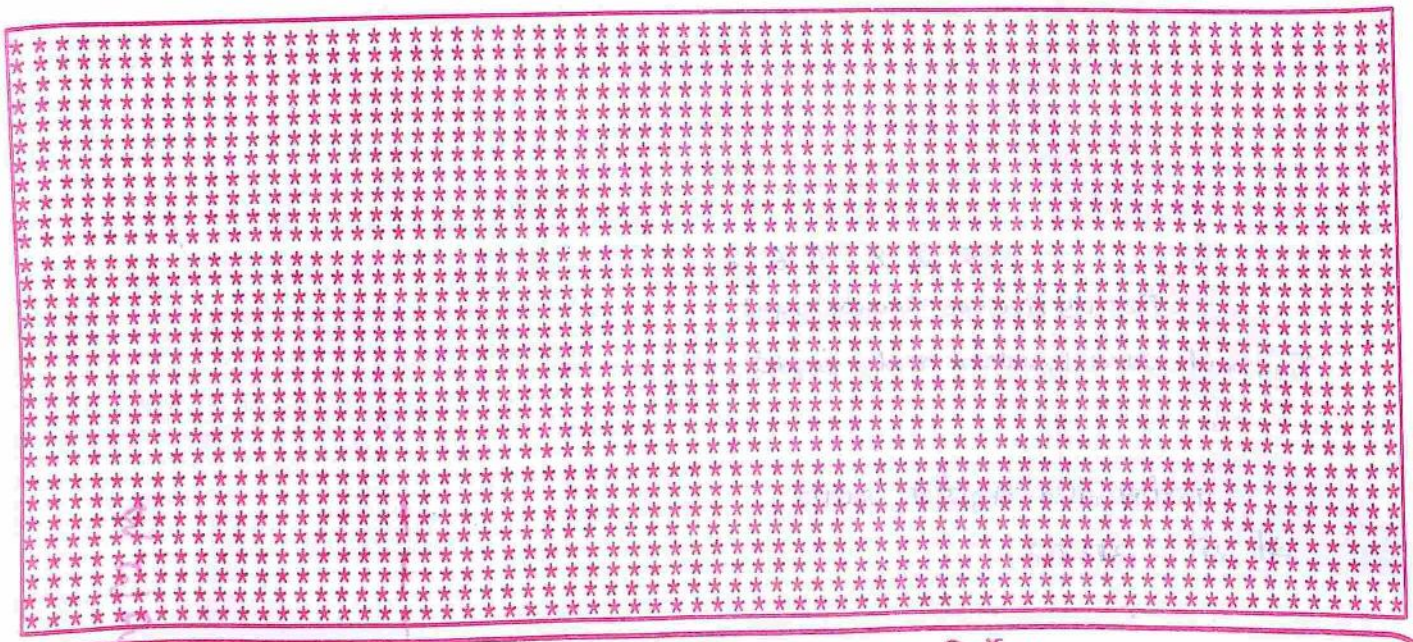
(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदारणार्थ : 15 ¼ को 16, 17 ½ को 18, 19 ¾ को 20)

परीक्षक के ..... के हस्ताक्षर ..... संकेतांक

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तिका के निर्माण में 58 जी.एस.एम. ब्र... म. ...मीमवोव कागज ही उपयोग में लिया गया है। 161/2017

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी (परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्राप्त अंकों का कुल योग (Roundoff)	
16		अंकों में	शब्दों में
17			
18			



परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशषां पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न–पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न–पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
   (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
   (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर–पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये।
   (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, केलक्यूलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रोनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध हैं।
   (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ न लिखकर लावें। टेबुल के आस–पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
   (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न–पत्र हिन्दी–अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित हैं। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा प्राप्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

खण्ड - अ

Q. 1)

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$\because \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$

तब

$$= \sin\left[\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= \sin\left[\frac{2\pi - \pi}{6}\right] \Rightarrow \sin\left[\frac{\pi}{6}\right] = \frac{1}{2}$$

अतः $\sin\left[\frac{\pi}{3} + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान $\frac{1}{2}$ है। Ans

Q.(2) दिया है -

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{व} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$2A - B = ?$

$$\Rightarrow 2\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4-1 & 8-3 \\ -6+2 & 4-5 \end{bmatrix}$$

$$2A - B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$ Ans

Q.(3) $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}_{1\times 3}$ व $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}_{3\times 1}$

तो

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

परीक्षक द्वारा | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}_{1\times3} \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}_{3\times1} = \begin{bmatrix} 4+16+24 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 44 \end{bmatrix} \quad \text{तब} \quad (AB)' = [44]_{1\times1}$$ Ans

(4) $$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$$

$$= \int \left(x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x}\times\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$$

$$= \int \left(x + \frac{1}{x} + 2\right) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + \log|x| + 2x + c$$ Ans

(5) अवकल समी.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y^2}$$

चर पृथक करने पर

$$\int y^2\, dy = \int 2x\, dx$$

समाकलन करने पर

$$\frac{y^3}{3} = 2\times\frac{x^2}{2} + c_1$$

$$y^3/3 = x^2 + 2c_1$$

$$y^3 = 3x^2 + 3c_1$$ [माना $3c_1 = c$]

समी. का व्यापक हल $\boxed{y^3 = 3x^2 + c}$

परीक्षक द्वारा प्राप्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(6) दिया है –

$$\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

तब $(\vec{a} + \vec{b})$ के अनुदिश मात्रक सदिश = ?

$$(\vec{a} + \vec{b}) = (2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}) + (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$= 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} = \vec{c} \text{ (माना)}$$

तब $$|\vec{c}| = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{9+1+1} = \sqrt{11}$$

तब $$\hat{c} = \frac{\vec{c}}{|\vec{c}|} = \frac{3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{11}}$$

$$\hat{c} = \frac{3}{\sqrt{11}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{11}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{11}}\hat{k}$$ Ans

(7) माना बिन्दु $A(1, 0, 2)$ व $B(4, 5, 6)$ है.

तब दो बिन्दुओं से जाने वाली रेखा का कार्तीय रूप समीकरण

$$= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

$x_1 = 1, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 2$

$x_2 = 4, \quad y_2 = 5, \quad z_2 = 6$

तब रेखा का समी. $$= \frac{x-1}{4-1} = \frac{y-0}{5-0} = \frac{z-2}{6-2}$$

$$= \frac{x-1}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{4}$$ Ans

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(8) दिया है – रेखा x, y व z अक्षों के साथ क्रमशः 120°, 45°, 90° के कोण बनाती है

तब दिक् कोज्याएँ = cosα, cosβ, cosγ

α = 120°, β = 45° व γ = 90°

$l = \cos 120°$	$m = \cos 45°$	$n = \cos 90°$
$l = \cos(180-60)$	$m = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$n = 0$
$l = -\frac{1}{2}$		

$[\because \cos(180-\theta) = -\cos\theta]$

अतः दिक्कोज्याएँ $-\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0$ हैं।

(9) $x + 3y \geq 6$; $x \geq 0$ व $y \geq 0$ — (1)

असमिका को समिका में बदलने पर

$x + 3y = 6$

(ii) $x = 0$ तो $y = 2$, $A(0,2)$

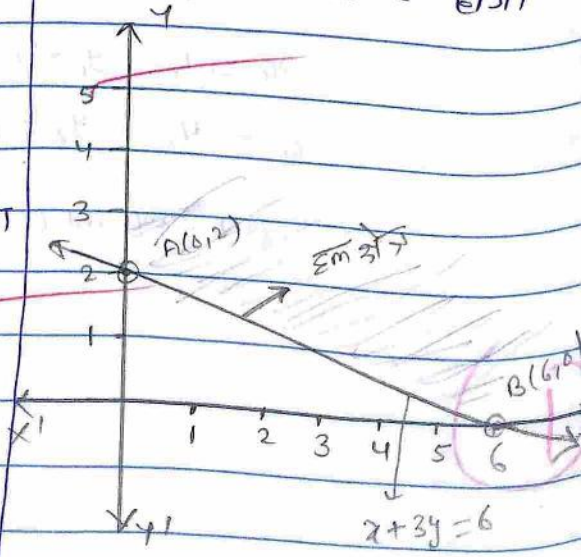
$y = 0$ तो $x = 6$, $B(6,0)$

(iii) असमिका को (0,0) से संतुष्ट कराने पर

$0 \geq 6$ असत्य है अतः हल क्षेत्र मूल बिन्दु से परे होगा

पुनः $x \geq 0$ को $x = 0$ तब (0,0) से संतुष्ट कराने पर $0 \geq 0$ सत्य है हल क्षेत्र y-अक्ष के दायीं ओर होगा।

पुनः $y \geq 0$ को $y = 0$ तब (0,0) से संतुष्ट कराने पर $0 \geq 0$ सत्य है हल क्षेत्र मूल बिन्दु के ऊपर होगा



परीक्षक द्वारा प्राप्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(10) दिया है –

$P(B/A) = 0.2$ व $P(A) = 0.8$ तो

$P(A \cap B) = ?$

$\therefore P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.2$

तब

$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.2$ या $P(A \cap B) = 0.2 \times P(A)$

$P(A \cap B) = 0.2 \times 0.8 \Rightarrow 0.16$ Ans

$P(A \cap B) = 0.16$ Ans

खण्ड – ब

(11) $f, g : R \to R$ इस प्रकार हैं कि $f(x) = x^2$ व $g(x) = 2x$

तो $fog(x)$ व $gof(x)$ व $fof(3) = ?$

$fog(x) = [f(g(x))] = f(2x)$

$= (2x)^2 \Rightarrow 4x^2$ Ans

$gof(x) = g(f(x)) = g(x^2)$

$= 2x^2$ Ans

$fof(3) = f(f(3)) = f(9)$

$\Rightarrow (9)^2 = 81$ Ans

परीक्षक द्वारा | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

अतः $fog(x) = 4x^2$, $gof(x) = 2x^2$

व $fof(3) = 81$ Ans

(12) हल $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$: $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$

$\cos x$ उभयनिष्ठ लेने पर

$= \tan^{-1}\left(\frac{\cos x\,(1 - \tan x)}{\cos x\,(1 + \tan x)}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{1 - \tan x}{1 + 1 \cdot \tan x}\right)$

$\left(\because \tan\frac{\pi}{4} = 1\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\tan \pi/4 - \tan x}{1 + \tan \pi/4 \cdot \tan x}\right)$

$\tan(x+y)$ के सूत्र से $= \left(\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\right)$

$= \tan^{-1}[\tan(\pi/4 - x)]$

$= \frac{\pi}{4} - x$ Ans $\left[\because \tan^{-1}(\tan\theta) = \theta\right]$

अतः $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$ का सरलतम रूप $\frac{\pi}{4} - x$ Ans $\frac{4}{5}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(13) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध करो — $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$

$I_2 = 2 \times 2$ का तत्समक आव्यूह

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

मान रखने पर —

$A^2 - 5A + 7I_2$ में

$$= \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -15 & -5 \\ +5 & -10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8-15+7 & 5-5+0 \\ -5+5+0 & 3-10+7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$= 0 =$ R.H.S Hence proof.

(14) $f(x) = \begin{cases} x+5, & x \leq 1 \\ x-5, & x > 1 \end{cases}$ $x = 1$ पर जाँच

L.H.L $x < 1$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{h \to 0} f(1-h)$$

$$= \lim_{h \to 0} \{(1-h)+5\}$$

BSER/161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$L.H.L = \lim_{h \to 0} \{f(1-h)+5\} \Rightarrow 1-0+5 \Rightarrow 6$

$L.H.L = 6$

R.H.L $x > 1$ तो

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{h \to 0} f(1+h)$

$= \lim_{h \to 0} \{(1+h)+5\} = 1+0-5$

$R.H.L = 1-5 = -4$

$f(1) = 1+5 = 6$

स्पष्ट है $L.H.L \neq R.H.L$ अतः $x=1$ पर फलन संतत नहीं है यह असांत्य का बिन्दु है।

(15) दिया है— आयत की लम्बाई x व चौड़ाई y है

इनमें होने वाली कमी.

घट रही है तथा बढ़ रही है

$\frac{dx}{dt} = -3 \text{ cm/min}$ $\frac{dy}{dt} = +5 \text{ cm/min}$

जब $x = 10$ cm व $y = 6$ cm तो

क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर

$\frac{dA}{dt} = ?$

आयत का क्षे. $A =$ ल. × चौ.

$A = x \times y$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

तब

$$\frac{dA}{dt} = y \cdot \frac{dx}{dt} + x \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 6(-3) + 10(+5)$$

$$\frac{dA}{dt} = -18 + 50 \Rightarrow 32 \text{ cm}^2/\text{min}$$

अतः आयत का क्षेत्रफल $32 \text{ cm}^2/\text{min}$ की दर से बढ़ रहा है।

(16) लाभ फलन – $P(x) = 51 - 72x - 18x^2$ उच्चतम लाभ = ?

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$P'(x) = -72 - 36x \quad \text{—(1)}$$

उच्चतम व निम्नतम के लिये – $P'(x) = 0$

$-36x - 72 = 0$ या $36x + 72 = 0$

$36x = -72$ या $\boxed{x = -2}$ क्रान्तिक बिन्दु

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर

समी. (1) का

$$P''(x) = -36 < 0$$

अतः उच्चतम है तब

अर्जित उच्चतम लाभ $P(-2) = 51 - 72(-2) - 18(-2)^2$

$P(-2) = 51 + 144 - 72$

$P(-2) = 51 + 72 \Rightarrow 123$

अतः कम्पनी द्वारा अर्जित उच्चतम लाभ 123₹ का होगा।

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(17)

$$\int \frac{dx}{x(x^5+1)}$$ x^4 का अंश व हर में गुणा करने पर

$$= \int \frac{x^4}{x^5(x^5+1)}\,dx$$ put $x^5+1 = t \Rightarrow x^5 = t-1$

$5x^4\,dx = dt$

$x^4\,dx = \frac{1}{5}dt$

$$= \frac{1}{5}\int \frac{dt}{t(t-1)}$$ ∵ यह उचित परिमेय फलन है तब इसे आंशिक भिन्नों में विघटन करने पर

$$\frac{1}{t(t-1)} = \frac{A}{t} + \frac{B}{(t-1)}$$

$$\frac{1}{t(t-1)} = \frac{At - A + Bt}{t(t-1)}$$

$$1 = (A+B)t - A$$ अचर व चर के गुणांकों की तुलना करने पर

$-A = 1$ या $\boxed{A = -1}$ $A+B=0$ या $A = -B$ तो $-B = -1$

या $\boxed{B = 1}$

$$\int \frac{1}{t(t-1)} = \frac{-1}{t} + \frac{1}{(t-1)}$$

मान रखने पर $= \frac{1}{5}\left[-\int \frac{dt}{t} + \int \frac{dt}{t-1}\right]$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}\left[-\log(t) + \log(t-1)\right] + c$$

$$= \frac{1}{5}\log\left|\frac{t-1}{t}\right| + c \qquad \left[\log m - \log n = \log\frac{m}{n}\right]$$

$$= \frac{1}{5}\log\left|\frac{x^5+1-1}{x^5+1}\right| + c$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= \frac{1}{5} \log \left| \frac{x^5}{x^5+1} \right| + c \quad \text{Ans}$$

(18) माना $I = \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$

$$I = \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{(\tan x)^2 + (2)^2}} dx$$

put $\tan x = t$

$\sec^2 x \, dx = dt$

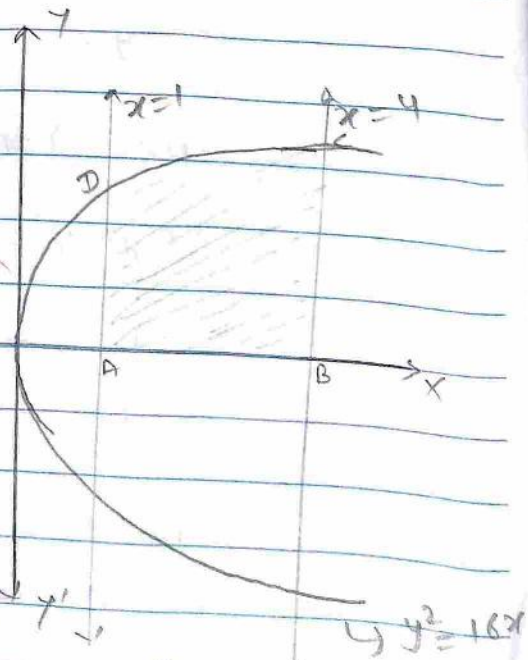
$$I = \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + (2)^2}}$$

$\because \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} dx = \log |x + \sqrt{x^2+a^2}| + c$

$$I = \log |t + \sqrt{t^2 + (2)^2}| + c$$

$$I = \log |\tan x + \sqrt{\tan^2 x + 4}| + c \quad \text{Ans}$$

(19) प्रथम चतुर्थांश में वक्र $y^2 = 16x$ तथा सरल रेखा $x = 1$, $x = 4$ तथा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल



घिरा क्षेत्र ABCDA का क्षे.

$$A = \int_1^4 y \, (\text{ऊपरवाला}) \, dx$$

$y^2 = 16x$

$y = \pm\sqrt{16x}$

$y = \pm 4\sqrt{x}$

$\therefore$ प्रथम चतुर्थांश में हमें $y = 4\sqrt{x}$

$$A = 4 \int_1^4 \sqrt{x} \, dx$$

$$A = \frac{8}{3} \left[x^{3/2} \right]_1^4$$

$$A = \frac{8}{3} \left[(4)^{3/2} - (1)^{3/2} \right]$$

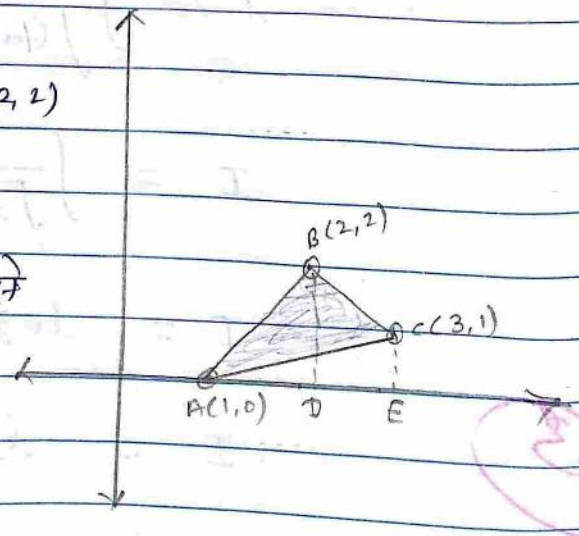
परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$A = \frac{8}{3}\left[(2^2)^{3/2} - 1\right]$$

$$A = \frac{8}{3}\left[8 - 1\right] \Rightarrow \frac{8}{3} \times 7$$

$$A = \frac{56}{3} \text{ इकाई}^2 \quad \text{Ans}$$

(20) त्रिभुज के शीर्ष A(1, 0), B(2, 2) व C(3, 1) हैं,



तब रेखा के (सभी) से

$$(y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \text{ से}$$

AB रेखा का समी.

$$(y - 0) = \frac{2 - 0}{2 - 1}(x - 1)$$

$$y = 2(x - 1) \quad \text{---(1)}$$

BC रेखा का समी.

$$(y - 2) = \frac{1 - 2}{3 - 2}(x - 2)$$

$$y - 2 = -1(x - 2)$$

$$y = -x + 2 + 2 \Rightarrow -x + 4 \quad \text{---(2)}$$

AC रेखा का समी.

$$(y - 0) = \frac{1}{3 - 1}(x - 1)$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 1) \quad \text{---(3)}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

तब रीमों द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षे.

= ΔABD का क्षे. + समलम्ब चतु. BCED का क्षेत्र. − ΔACE का क्षे.

$$= \int_1^2 \text{रेखा}(AB)\,dx + \int_2^3 \text{रेखा}(BC)\,dx - \int_1^3 \text{रेखा}(AC)\,dx$$

$$= 2\int_1^2 (x-1)\,dx + \int_2^3 (4-x)\,dx - \frac{1}{2}\int_1^3 (x-1)\,dx$$

$$= 2\left[\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right]_1^2 + \left[\left(4x-\frac{x^2}{2}\right)\right]_2^3 - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right]_1^3$$

$$= 2\left[\left(\frac{4}{2}-2\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right] + \left[\left(12-\frac{9}{2}\right)-\left(8-\frac{4}{2}\right)\right] - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{9}{2}-3\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]$$

$$= 2\left[(2-2)^0-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] + \left[\left(\frac{24-9}{2}\right)-(6)\right] - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{9-6}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= 2\left[\frac{1}{2}\right] + \frac{15}{2} - 6 - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= 1 + \frac{15}{2} - 6 - 1 \Rightarrow \frac{15-12}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}$$ इकाई

Ans

(21) $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ व $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तब

$(\vec{a}+\vec{b}) = (5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + (\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})$

$(\vec{a}+\vec{b}) = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k} = \vec{c}$ (माना)

तथा $(\vec{a}-\vec{b}) = (5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) - (\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})$

$(\vec{a}-\vec{b}) = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} = \vec{d}$ (माना)

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$\vec{c}$ का $(\vec{a}+\vec{b})$ तथा $\vec{d}$ का $(\vec{a}-\vec{b})$ के मध्य कोण

$$\cos\theta = \left| \frac{\vec{c}\cdot\vec{d}}{|\vec{c}|\cdot|\vec{d}|} \right|$$

$$\cos\theta = \left| \frac{(6\hat{i}-2\hat{j}-8\hat{k})(4\hat{i}-4\hat{j}+2\hat{k})}{\sqrt{(6)^2+(-2)^2+(-8)^2}\cdot\sqrt{(4)^2+(-4)^2+(2)^2}} \right|$$

$$\cos\theta = \left| \frac{24-8-16}{\sqrt{36+4+64}\cdot\sqrt{16+16+4}} \right|$$

$$\cos\theta = \left| \frac{0}{\sqrt{104}\cdot\sqrt{36}} \right| = 0$$

$\cos\theta = 0$ या $\theta = \cos^{-1}(0) = \pi/2$

अतः $(\vec{a}+\vec{b})$ व $(\vec{a}-\vec{b})$ के मध्य कोण $\pi/2$ है।

(22) समांतर चतुर्भुज का क्षे. $= |\vec{a}\times\vec{b}|$

दिया है-

उसकी संलग्न भुजा

$$\vec{a} = \hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$$

व $\vec{b} = 2\hat{i}-7\hat{j}+\hat{k}$

तब $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & -7 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-1+21)-\hat{j}(1-6)+\hat{k}(-7+2)$

$$\vec{a}\times\vec{b} = 20\hat{i}+5\hat{j}-5\hat{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{400+25+25} = \sqrt{450}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

समांतर चतुर्भुज का क्षे. $= \sqrt{450} = 15\sqrt{2}$ इकाई^2 Ans

(23)

$Z = 5x + 7y$ (उद्देश्य फलन)

$2x + y \geq 8$ — ① , $x + 2y \geq 10$ — ② $x, y \geq 0$

असमिका — ①

① समिका में बदलने पर

$2x + y = 8$

② जब $x = 0$ तो $y = 8$

$A(0, 8)$ तथा

$y = 0$ तो $x = 4$

$B(4, 0)$

③ असमिका को मूल बिन्दु से संतुष्ट कराने पर

$0 \geq 8$ असत्य है

हल क्षेत्र मूल बिन्दु से परे होगा।

असमिका — ②

① समिका में बदलने पर

$x + 2y = 10$

② जब $x = 0$ तो $y = 5$

$C(0, 5)$

जब $y = 0$, तो $x = 10$

$D(10, 0)$

③ असमिका को मूल बिन्दु से संतुष्ट कराने पर

$0 \geq 10$ असत्य है हल क्षेत्र मूल बिन्दु से परे होगा

$x \geq 0$

लिखा $x = 0$

मूल बिन्दु से

$0 \geq 0$ सत्य

हल क्षेत्र y-अक्ष के दायीं ओर होगा

$y \geq 0$

समिका

$y = 0$

मूल बिन्दु से

$0 \geq 0$ सत्य है

हल क्षेत्र x-अक्ष के ऊपर की ओर होगा

बिन्दु m के निर्देशांक

$2x + y = 8$ — ①

$x + 2y = 10$

समी. ① × 2

$4x + 2y = 16$

$-x + -2y = -10$

$3x = 6$

$x = 2$

तथा $x + 2y = 10$

या $2y = 10 - x$

$2y = 10 - 2$

$y = \frac{8}{2} = 4$

$m(2, 4)$

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

सारणी –

कोनीय बिन्दु	उद्देश्य फलन $Z = 5x + 7y$	
A (0, 8)	$Z = 56$	
m (2, 4)	$Z = 38$ ⟶	न्यूनतम
c (10, 0)	$Z = 50$	

परन्तु सुसंगत क्षेत्र अपरिबद्ध है तब उद्देश्य फलन Z का आलेख खींच न्यूनतम मान ज्ञात करते हैं क्योंकि इसमें Z का न्यूनतम मान हो भी सकता है व नहीं भी –

$5x + 7y < 38$

लगिका –

$5x + 7y = 38$

$x = 0$ तो $y = \frac{38}{7} = 5.4$

(7.6, 5.4) से जाता है।

$y = 0$ तो $x = \frac{38}{5} = 7.6$

उद्देश्य फलन के आलेख से स्पष्ट है कि इसका सुसंगत क्षेत्र में एक भी बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं है अतः Z का न्यूनतम 38 होगा (2,4) पर। Ans

(24) माना घटना :- E_1 : पहला डिब्बा चुनने की
E_2 : दूसरा डिब्बा चुनने की
E_3 : तीसरा डिब्बा चुनने की

घटना A : सोने का सिक्का निकालने की

$P(E_1) = P(E_2) = P(E_3) = \frac{1}{3}$

BSER-161/2017

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान

परीक्षा

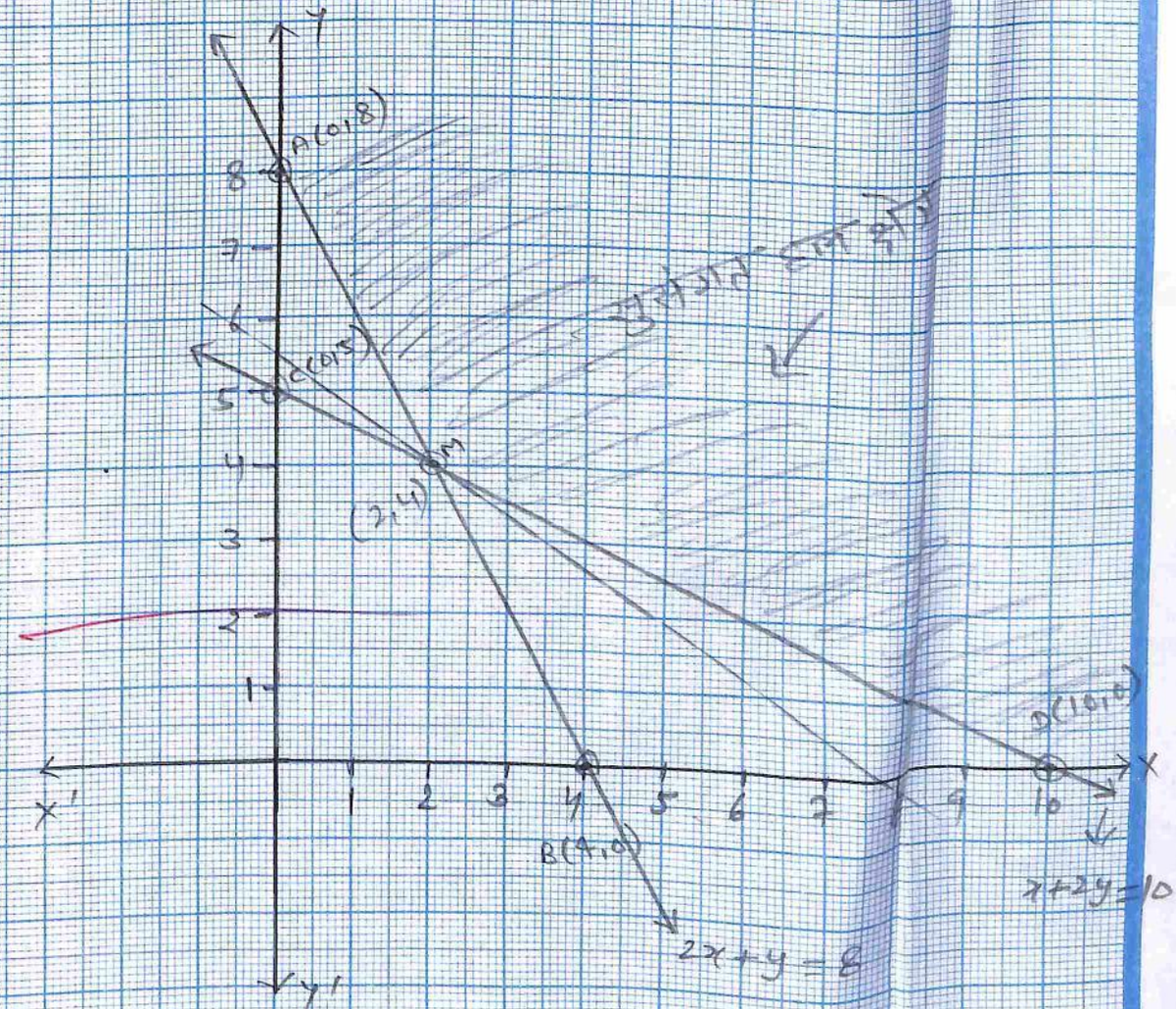
नामांक (अंकों में) 2 5 2 8 9 6 8 (शब्दों में)

विषय

प्रश्न संख्या

नोट : परीक्षार्थी अनिवार्य रूप से इस ग्राफ कागज को अपनी उत्तर पुस्तिका में धागे द्वारा संलग्न करें तथा साथ न ले जावें। ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ न मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।

Q.(23)



परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$P(A/E_1)$ (पहले डिब्बे से सोने का सिक्का निकलने की) $= \frac{0}{2} = 0$

$P(A/E_2)$ (दूसरे डिब्बे से सोने का सिक्का निकलने की) $= \frac{2}{2} = 1$

$P(A/E_3)$ (तीसरे डिब्बे से सोने का सिक्का निकलने की) $= \frac{1}{2}$

तब $P(E_1/A) = ?$

(जब यह ज्ञात है सिक्का चाँदी का है तो दूसरे डिब्बे से निकलने की प्रायिकता)

बेज प्रमेय से

$$P(E_1/A) = \frac{P(E_1)\cdot P(A/E_1)}{P(E_1)\cdot P(A/E_1) + P(E_2)\,P(A/E_2) + P(E_3)\cdot P(A/E_3)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3}\times 0 + \frac{1}{3}\times 1 + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2+1}{6}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}}$$

$$\boxed{P(E_2/A) = 2/3}$$ Ans

(25) एक पासे को फेंकने पर प्राप्त संख्या = 1, 2, 3, 4, 5 या 6

तब $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$

अर्थात कोई भी एक संख्या प्राप्त होना —

यादृच्छिक चर x के मान $x = 1, 2, 3, 4, 5$ या 6

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

प्रायिकता बंटन

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

माध्य $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6}$

$E(x) = \frac{21}{6}$

प्रसरण $\sigma_x^2 = \Sigma (x)^2 P - (E(x))^2$

$= \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{9}{6} + \frac{16}{6} + \frac{25}{6} + \frac{36}{6}\right) - \left(\frac{21}{6}\right)^2$

$= \frac{91}{6} - \frac{441}{36} \Rightarrow \frac{546 - 441}{36} = \frac{105}{36}$

$\sigma_x^2 = \frac{105}{36} \Rightarrow \frac{35}{12}$

प्रसरण $= \frac{35}{12}$

खण्ड - स

26

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+pa^3 \\ b & b^2 & 1+pb^3 \\ c & c^2 & 1+pc^3 \end{vmatrix} = (1+pabc)(a-b)(b-c)(c-a)$$

हल

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+pa^3 \\ b & b^2 & 1+pb^3 \\ c & c^2 & 1+pc^3 \end{vmatrix}$$

गुणधर्म (5) से अलग करने पर

अंक द्वारा दत्त अंक | प्रश्न संख्या

I | II परीक्षार्थी उत्तर

$$= \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a^2 & pa^3 \\ b & b^2 & pb^3 \\ c & c^2 & pc^3 \end{vmatrix}$$

I में $C_2 \leftrightarrow C_3$

II में R_1, R_2 व R_3 से क्रमशः a, b, c कॉमन लेने पर तथा C_3 से p कॉमन पर

$$= (-1) \begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ b & 1 & b^2 \\ c & 1 & c^2 \end{vmatrix} + pabc \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

↳ $C_1 \leftrightarrow C_2$

$$= (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} + pabc \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= (1+pabc) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - R_1$ व $R_3 \to R_3 - R_1$

$$= (1+pabc) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & (b-a) & (b^2-a^2) \\ 0 & (c-a) & (c^2-a^2) \end{vmatrix}$$

R_2 से $(b-a)$ व R_3 से $(c-a)$ उभयनिष्ठ लेने पर

$$= (1+pabc)(b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & b+a \\ 0 & 1 & c+a \end{vmatrix}$$

a के अनुदिश प्रसरण करने पर

$$(1+pabc)(b-a)(c-a)\{1\{c+a-b-a\} - 0 + 0\}$$

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$= (1+Pabc)(b-a)(c-a)(c-b)$

चक्रीय क्रम में लिखने पर

$= (1+Pabc)(a-b)(b-c)(c-a)$ → RHS

Hence

(27) $y = x^x + x^p + p^x + p^p, \quad p > 0$

माना $x^x = u, \quad x^p = v, \quad p^x = w$

तब $y = u + v + w + p^p$ ——

अवकलन करने पर (x- के सापेक्ष)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dx} + 0 \quad \text{——(1)}$$

तब पुनः $\because \quad u = x^x$ दोनों ओर log लेने पर

$\log u = \log x^x \qquad (\log m^n = n \log m)$

$\log u = x \cdot \log x$ x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{1}{u}\frac{du}{dx} = x \cdot (\log x)' + \log(x) \cdot (x)'$$

$$\frac{1}{u}\frac{du}{dx} = \frac{x}{x} + \log x \Rightarrow 1 + \log x$$

$$\frac{du}{dx} = u(1+\log x)$$

$$\frac{du}{dx} = x^x(1+\log x) \quad \text{——(2)}$$

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

तथा $v = x^p$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dv}{dx} = p x^{p-1} \quad \text{---(3)}$$

पुनः $w = p^x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dw}{dx} = p^x \log_e p \quad \text{---(4)}$$

(1) में (2), (3) व (4) से मान रखने पर

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = x^x (1 + \log x) + p x^{p-1} + p^x \log_e p}$$ Ans

(28) $$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}$$

माना $$I = \int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \quad \text{---(1)}$$

P_4 से $$\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\,dx}{a^2\cos^2(\pi - x) + b^2 \sin^2(\pi - x)}$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \quad \text{---(2)}$$

$\cos^2(\pi - \theta) = \cos^2\theta$

$\sin^2(\pi - \theta) = \sin^2\theta$

(1) + (2)

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{(x + \pi - x)\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

BSER-16/12017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi\, dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$$

$a^2\cos^2 x$ का अंश व हर में भाग देने पर

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\frac{1}{a^2\cos^2 x}}{1 + \frac{b^2}{a^2}\tan^2 x}\, dx$$

$$2I = \frac{\pi}{a^2} \int_0^{\pi} \frac{\sec^2 x}{1 + \frac{b^2}{a^2}\tan^2 x}\, dx$$

हम जानते $\int_0^{2a} f(x)\,dx = 2\int_0^{a} f(x)\,dx$

यदि $f(2a-x) = f(x)$

अतः $\sec^2(\pi - x) = \sec^2 x$

$\tan^2(\pi - x) = \tan^2 x$

$$2I = 2 \times \frac{\pi}{a^2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sec^2 x}{1 + \frac{b^2}{a^2}\tan^2 x}\, dx$$

$$2I = \frac{\pi}{a^2} \times \frac{a^2}{b^2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sec^2 x}{\frac{a^2}{b^2} + \tan^2 x}$$

put $\tan x = t$

$\sec^2 x\, dx = dt$

$\sec^2 x\, dx = dt$

limit change

$x = \pi/2$ तो $t = \infty$

$x = 0$ तो $t = 0$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + t^2}$$

$$I = \frac{\pi}{b^2} \times \frac{1}{a/b} \left[\tan^{-1} \frac{t}{a/b} \right]_0^{\infty}$$

$$I = \frac{\pi}{ab} \left[\tan^{-1} \frac{bt}{a} \right]_0^{\infty}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$I = \frac{\pi}{ab}\left[\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\infty\right) - \tan^{-1}(0)\right]$$

$$I = \frac{\pi}{ab}\left[\tan^{-1}(\infty) - 0\right] \Rightarrow$$

$$I = \frac{\pi}{ab} \times \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi^2}{2ab} = \frac{R.H.S}{\text{Hence proof}}$$

(29) $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ का IF -

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

$\cos^2 x$ कॉमन लेने पर

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{\cos^2 x} = \frac{\tan x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$$

∴ यह $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ के रूप का अवकल समी. है

तब $P = \sec^2 x$, $Q = \tan x \cdot \sec^2 x$

अवकल गुणांक $I.f = e^{\int P dx} = e^{\int \sec^2 x dx} = e^{\tan x}$

व्यापक IF -

$$y \cdot I.f = \int Q \times I.f \, dx + C$$

$$y \cdot e^{\tan x} = \int (\tan x \cdot \sec^2 x \cdot e^{\tan x}) dx + C$$

put $\tan x = t$

$\sec^2 x dx = dt$

$$y \cdot e^{\tan x} = \int \underset{I}{t} \cdot \underset{II}{e^t} \, dt$$

↳ I रखना

खण्डशः लगाने पर

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$I = t \cdot \int e^t dt - \int \left\{ \frac{d}{dt} t \int e^t dt \right\} dt$$

$$I = e^t \cdot t - \int e^t \cdot dt$$

$$I = e^t \cdot t - e^t \Rightarrow e^t (t-1)$$

$$y \cdot e^{\tan x} = e^{\tan x} (\tan x - 1) + C$$

$$\boxed{y = (\tan x - 1) + c e^{-\tan x}}$$

(30) तल का समी. जो बिन्दु (2, −1, 3) से होकर जाता है

$$A(x-x_1) + B(y-y_1) + C(z-z_1) = 0$$

$$A(x-2) + B(y+1) + C(z-3) = 0 \quad \text{— (i)}$$

क्योंकि यह तल समतलों $2x+3y+2z=5$ — (ii) और $x+2y-3z=8$ — (iii) पर लम्ब है तब

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

समी. (i) व (ii) से

$A_1 = A, \quad B_1 = B, \quad C_1 = C$

$A_2 = 2, \quad B_2 = 3, \quad C_2 = -2$

$$2A + 3B - 2C = 0 \quad \text{— (iv)}$$

समी. (i) व (iii) से

$$A + 2B - 3C = 0 \quad \text{— (v)}$$

BSER-161/2017

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(iv) व (i) को हल करने पर

A	B	C
3	-2	2	3
2	-3	1	2

$$\frac{A}{-4+4} = \frac{B}{-2+6} = \frac{C}{4-3}$$

$$\frac{A}{-5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{1} = \lambda$$

$A = -5\lambda, \quad B = 4\lambda, \quad C = \lambda$

A, B व C के मान समी. (i) में रखने पर अभीष्ट तल का समीकरण

$$-5\lambda(x-2) + 4\lambda(y+1) + \lambda(z-3) = 0$$

$$-5(x-2) + 4(y+1) + (z-3) = 0$$

$$-5x + 10 + 4y + 4 + z - 3 = 0$$

$$-5x + 4y + z + 11 = 0$$

$$\boxed{5x - 4y - z = 11}$$ समतल का समी. है।

समाप्त

9½ 4/4

BSER-161/2017